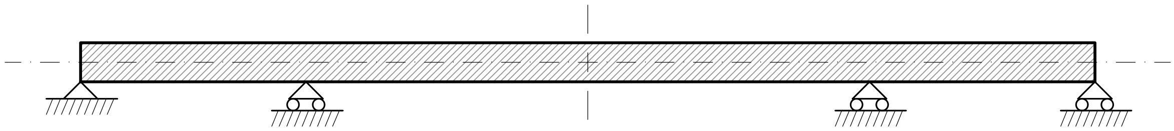
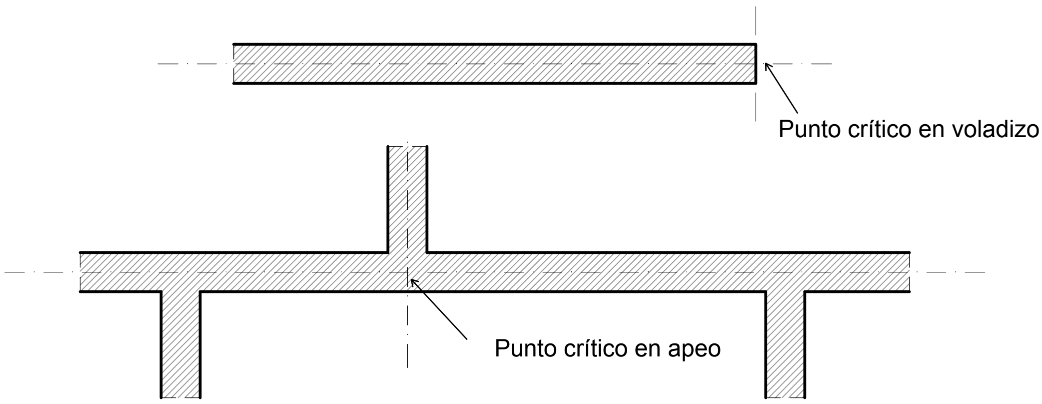
APLICACIÓN DEL SISMO VERTICAL A UN ELEMENTO SUSCEPTIBLE DEL MISMO. MÉTODO SIMPLIFICADO, UTILIZANDO CÁLCULOS SENCILLOS Y LA AYUDA DE CYPE 3D.

Podemos entender como elementos susceptibles al sismo vertical, a aquellos cuya oscilación vertical pueda ser importante, y/o provocar efectos dinámicos considerables en los elementos en los que apoya, como por ejemplo vigas de grandes luces, pilares apeados, voladizos importantes, etc.

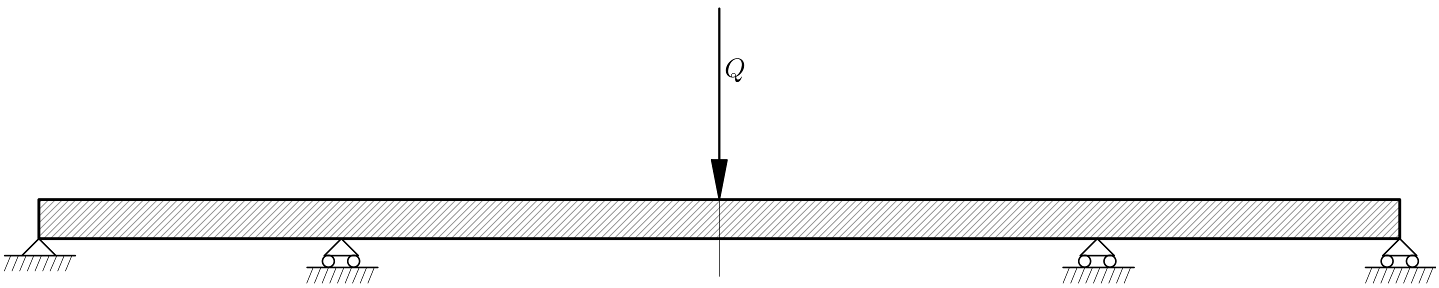


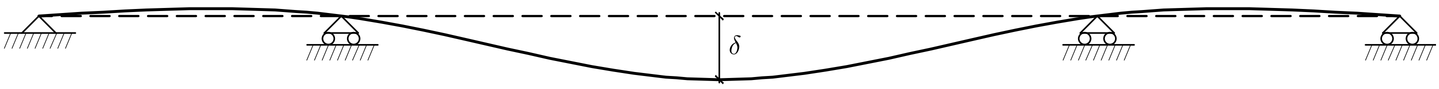
Partiremos de la pieza introducida en CYPE 3D, obtendremos la frecuencia fundamental (del primer modo), de oscilación del elemento, modelizaremos la oscilación del punto más crítico mediante un resorte equivalente, obtendremos la fuerza equivalente que representa al sismo vertical, mediante la entrada en el espectro definido en la norma.



Localizamos el punto crítico. A modo de ejemplo, planteamos una viga continua y simétrica de tres vanos, el punto central del mismo será el punto crítico, ya que es el que más oscilará.

Sustituiremos dicho punto, por un resorte de rigidez equivalente. Para averiguar la rigidez equivalente del resorte, añadimos una carga puntual cualquiera, en una hipótesis aislada.

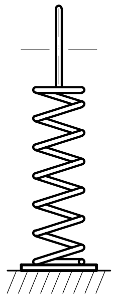




La carga Q, provoca un desplazamiento δ, que podemos consultar en CYPE 3D, y por tanto la rigidez del resorte equivalente será:

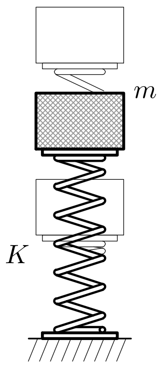
$$K_{eq} = \frac{Q}{\delta}$$

Podemos representar el movimiento del punto central, por medio de un resorte con esta rigidez:



$$K = K_{eq} = \frac{Q}{\delta}$$

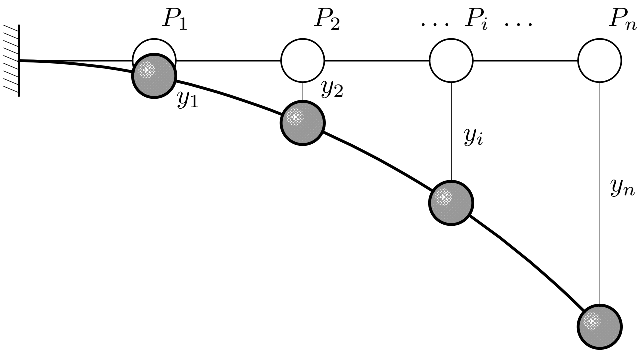
En un resorte cualquiera, con una masa m, depositada sobre él, la frecuencia natural de oscilación, ω_0, viene definida por la siguiente fórmula:



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

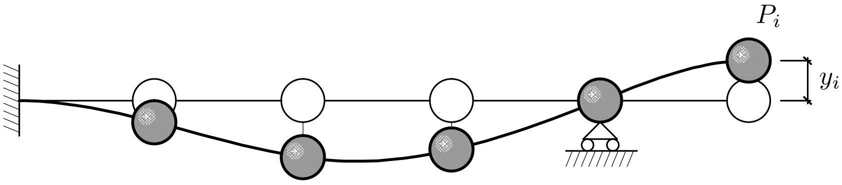
El problema es la determinación de la masa, ya que una parte de la misma, no actúa en la vibración, quedándose en los apoyos, con lo que no sabemos que masa considerar, y utilizaremos otro método para la determinación de la frecuencia.

Para el cálculo de la frecuencia fundamental de oscilación de la viga, utilizaremos el método de Rayleigh, para ello se requiere un modelo de masas concentradas, y la frecuencia (o el período) se determina a partir de un estado de cargas (cuasi - permanentes, es decir cargas permanentes mas una fracción de las sobrecargas), mediante la siguiente ecuación.

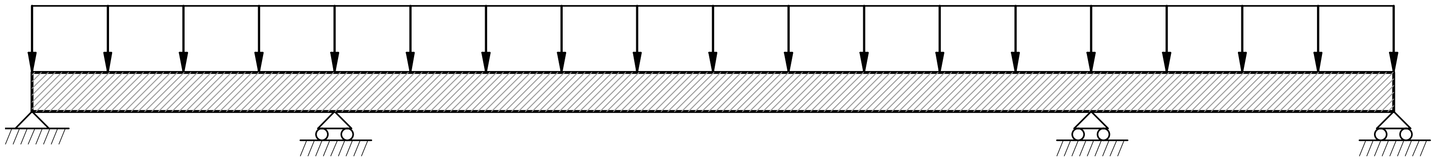


$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g \cdot \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot y_i^2}} \quad ; \quad T_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0}$$

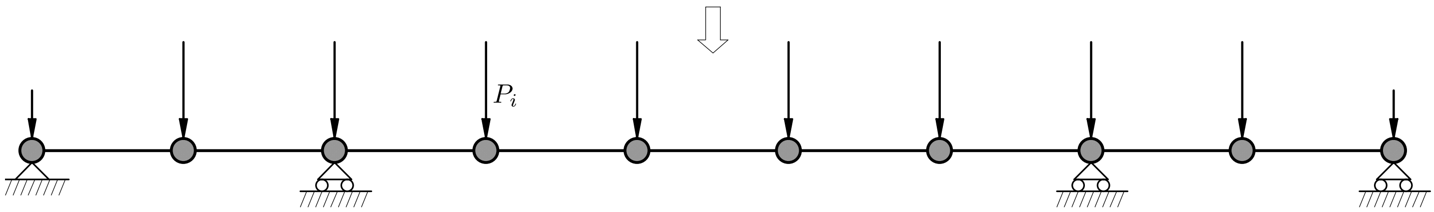
En la deformación, los valores con signo opuesto, entran en la fórmula de Rayleigh también con el signo opuesto.



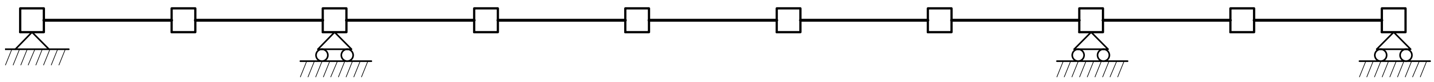
Lo ideal es definir en CYPE 3D, tantos nudos (sin dividir la pieza), como masas discretizadas tengamos en nuestro modelo de cálculo.



Modelo real



Modelo para la aplicación de la Fórmula de Rayleigh



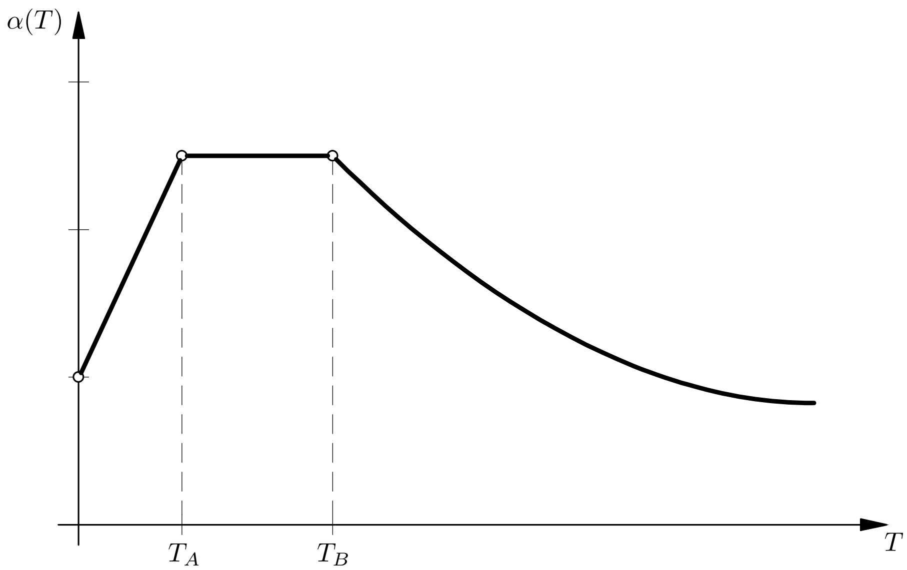
Modelo en CYPE 3D

Para la aplicación de la fórmula obtendremos los valores P_i, de las cargas discretizadas en los nudos, pero no es necesario introducirlos en el programa. De la consulta de desplazamientos en nudos obtenemos los valores y_i, de los desplazamientos a introducir en la fórmula. Los valores a considerar, serán los de las cargas que actúan durante el sismo (habitualmente CP + 0,5 x SC).

Una vez aplicada la fórmula, ya tenemos nuestro sistema con sus características de oscilación y rigidez.

$$K_{eq} \;\; ; \;\; T_0$$

Además tenemos el espectro definido en la Norma NCSE-02.



La aceleración de cálculo, y el coeficiente de comportamiento por ductilidad y amortiguamiento, se obtienen por los procedimientos habituales.

Con ello, obtenemos la aceleración vertical máxima de nuestro sistema equivalente mediante la aplicación de la fórmula siguiente.

$$a_{max} = \alpha(T_0) \cdot a_c \cdot \beta \cdot 0,7$$

70 % del espectro horizontal
Coeficiente de respuesta. (amortiguamiento y ductilidad)
Aceleración de cálculo
Ordenada en el espectro para nuestro período T_0

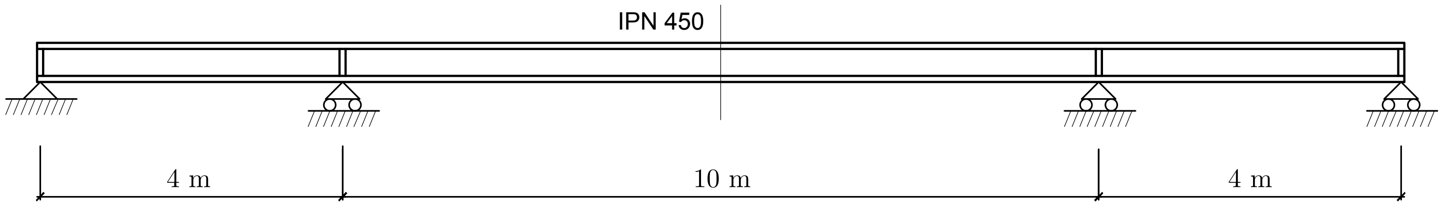
El desplazamiento máximo se obtiene de:

$$X_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_0^2}$$

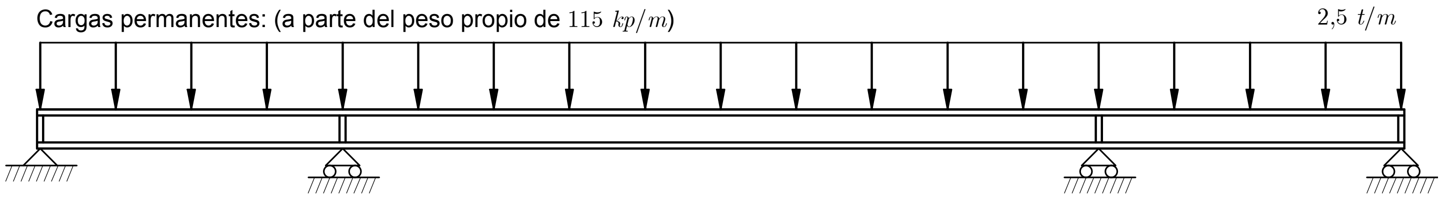
Y la fuerza estática vertical equivalente:

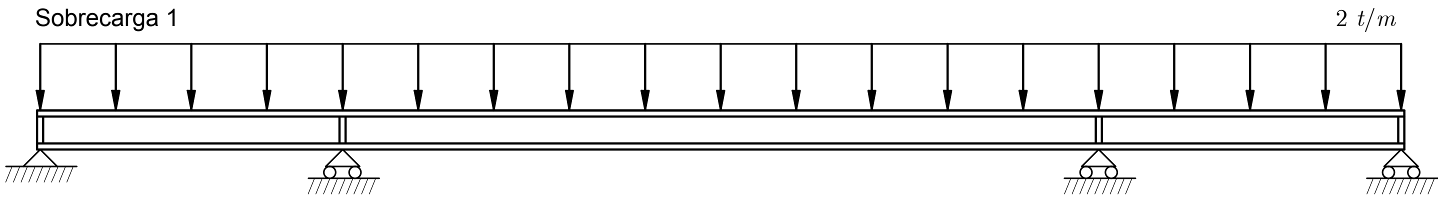
$$F_{eq,vert} = K_{eq} \cdot X_{max}$$

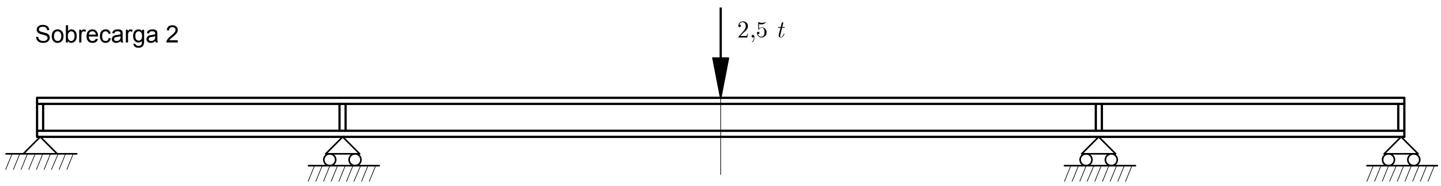
EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL SISMO VERTICAL.



Supongamos una viga metálica continua como la de la figura, y que la viga se ha dimensionado para las siguientes hipótesis de carga, una carga permanente de 500 Kp/m^2, y una sobrecarga de 400 Kp/m^2, actuando sobre una banda de 5 metros de afección a la viga. Ademas, una segunda sobrecarga puntual de 2,5 t. Las sobrecargas las consideramos en zonas de acceso público (categoría C, según CTE - DB - SE)







Aplicaremos el sismo vertical, con los siguientes datos.

Aceleración básica	$0{,}16g$
Coeficiente de contribucion	1
Coeficiente del terreno	$1{,}7$
Ductilidad	Ninguna
Amortiguamiento	2%
Importancia	normal

RESOLUCIÓN.

La rigidez la podemos obtener directamente de la deformación que provoca la carga puntual en la hipótesis de sobrecarga 2. Por tanto en el programa consultamos el valor.

$$f_{SC2} = 2,319\ \text{mm}\ = 2,319 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

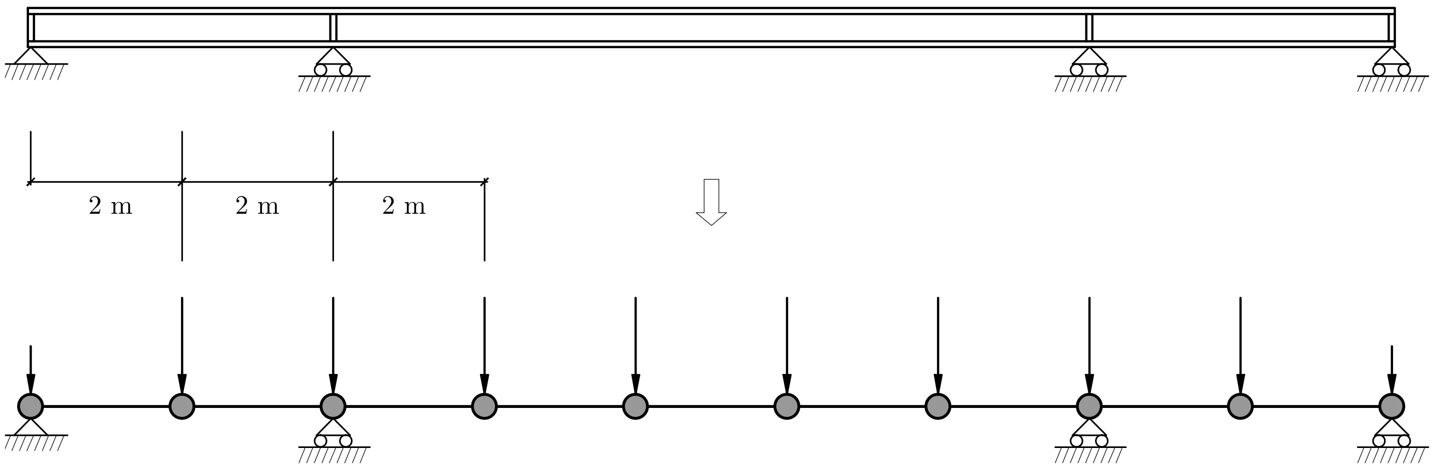
La rigidez es por tanto:

$$K_{eq} = \frac{F_{SC2}}{f_{SC2}} = \frac{2,5 \text{ t}}{2,319 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1,078 \cdot 10^{3} \text{ t/m}$$

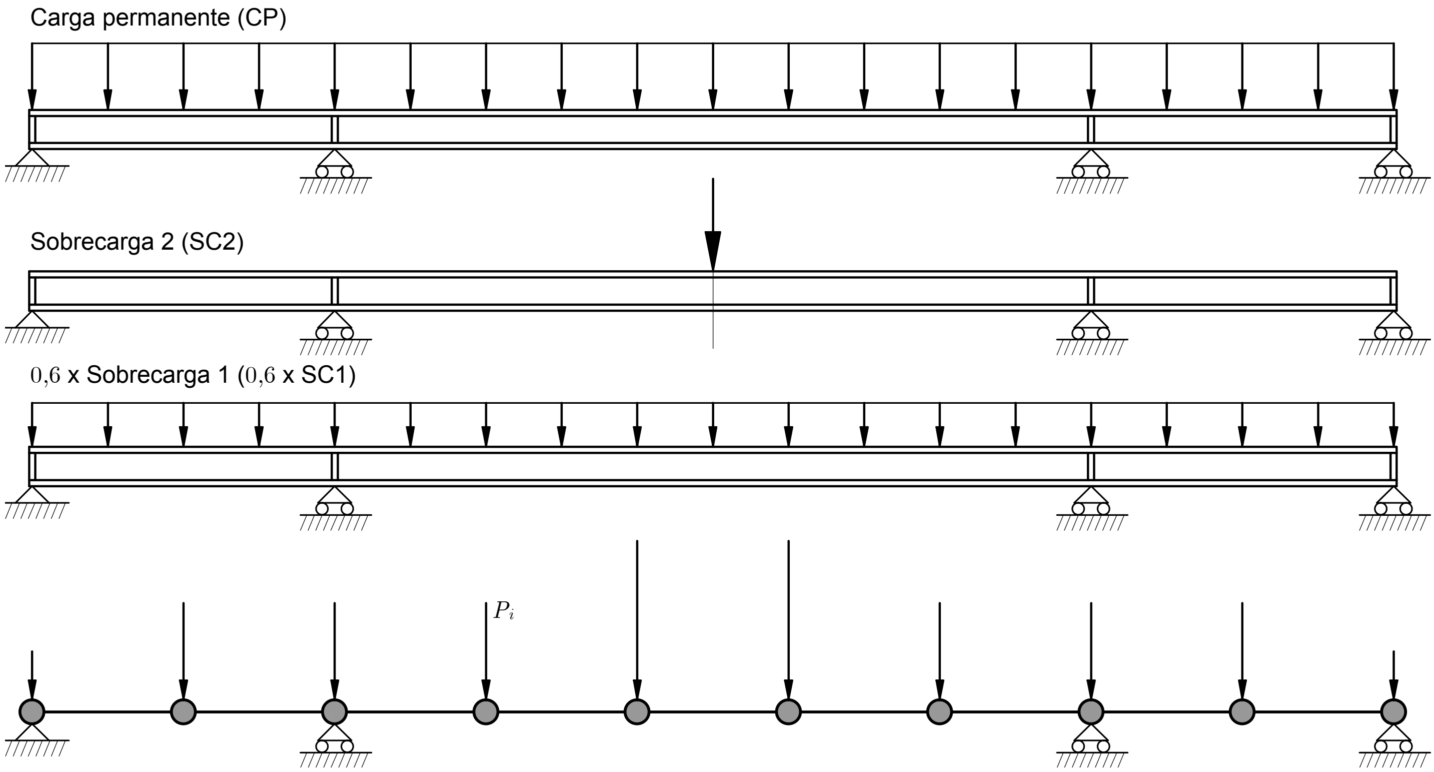
Para obtener la frecuencia fundamental, es necesario definir el estado de cargas permanente, o las masas actuantes durante el sismo. Supondremos que en el ejemplo la hipótesis de sobrecarga 2, pertenece a una máquina, que estará colocada en el centro del vano permanentemente, además tomaremos el 60 % de la otra sobrecarga. Por tanto, las masas actuantes durante el sismo serán las correspondientes a la combinación:

CP + $0{,}6$ x SC1 + SC2

Para la aplicación de la fórmula de Rayleigh, creamos un modelo de masas concentradas, separadas cada dos metros.

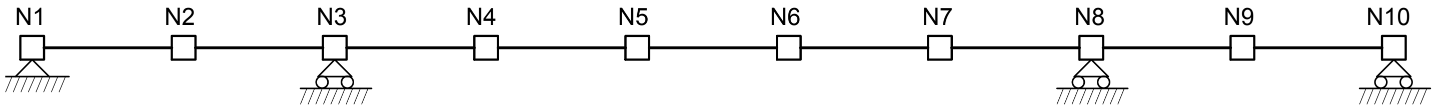


Para cada valor de P_i, hay un desplazamiento y_i, en la combinación que buscamos. Como la combinación definida no existe en el calculo, aplicamos el principio de superposición.



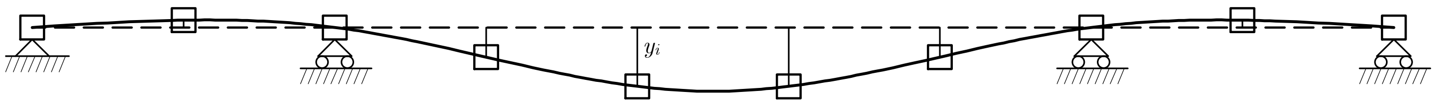
A partir de cada hipótesis es sencillo calcular el valor de cada P_i, (que no es necesario disponer en el programa), para cada hipótesis y luego componerlos mediante el principio de superposición.

Y para cada hipótesis, obtendremos también los desplazamientos en el programa.



Modelo de CYPE 3D

En CYPE 3D, se introducen los nudos para la consulta de desplazamientos, en las diferentes hipótesis.



Podemos organizar los resultados en una tabla.

Masa	**CP**		**SC1**		**SC2**		**CP + 0,5 x SC1 + SC2**			
	P_i	y_i	P_i	y_i	P_i	y_i	P_i	y_i	$P_i \cdot y_i$	$P_i \cdot y_i^2$
1	2,615	0	2	0	0	0	3,815	0	0	0
2	5,23	-0,854	4	-0,653	0	-0,249	7,63	-1,4948	-11,40532	17,04868
3	5,23	0	4	0	0	0	7,63	0	0	0
4	5,23	6,238	4	4,770	0	1,071	7,63	10,171	77,60473	789,3177
5	5,23	11,489	4	8,785	2,5	2,121	10,13	18,881	191,2645	3611,266
6	5,23	11,289	4	8,785	2,5	2,121	10,13	18,681	189,2385	3535,165
7	5,23	6,238	4	4,770	0	1,071	7,63	10,171	77,60473	789,3177
8	5,23	0	4	0	0	0	7,63	0	0	0
9	5,23	-0,854	4	-0,653	0	-0,249	7,63	-1,4948	-11,40532	17,04868
10	2,615	0	2	0	0	0	3,815	0	0	0
	Valores en milímetros y en toneladas							$\sum_{i=1}^{n}$	512,9019	8759,163

Y aplicando la fórmula se obtiene:

$$\omega_0 = 23,967 \text{ s}^{-1}$$

Y el período:

$$T_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 0,262 \text{ s}$$

Con esto ya tenemos la rigidez y el período fundamental de la viga. Ahora definiremos el espectro, según norma. El amortiguamiento es del 2%, con respecto al crítico, por tanto el coeficiente de amortiguamiento es:

$$\nu = \left(\frac{5}{2}\right)^{0,4} = 1,44$$

El coeficiente de comportamiento por ductilidad es:

$$\mu = 1$$

El coeficiente de respuesta, es:

$$\beta = \frac{\nu}{\mu} = 1,44$$

La aceleración de cálculo se obtiene de:

$$a_c = a_b \cdot S \cdot \rho$$

Para el cálculo de S, necesitamos el coeficiente del terreno:

$$C = 1,7$$

Por tanto:

$$S = \frac{C}{1,25} + 3,33 \cdot \left(\rho \cdot \frac{a_b}{g} - 0,1\right) \cdot \left(1 - \frac{C}{1,25}\right) = 1,432$$

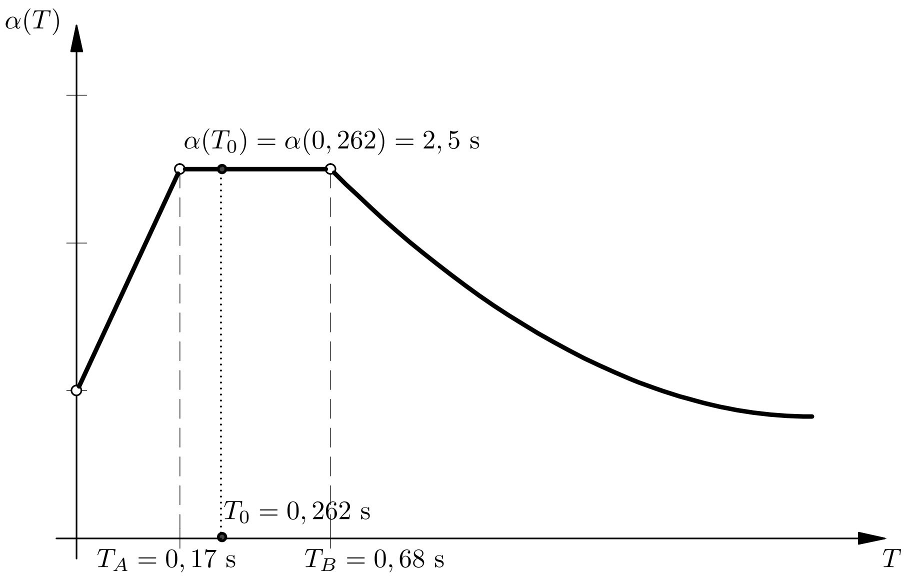
La aceleración de cálculo es:

$$a_c = a_b \cdot S \cdot \rho = 0,229 \cdot g$$

Los valores T_A y T_B, del espectro son:

$$T_A = K \cdot \frac{C}{10} = 0,17 \quad ; \quad T_B = K \cdot \frac{C}{2,5} = 0,68$$

Por tanto, para nuestro periodo T_0, entramos en la meseta del espectro:



Tenemos, para nuestro período ($T_0 = 0{,}262$ s):

$$\alpha(T_0) = 2,5$$

Con todos estos valores, podemos ya determinar la aceleración máxima.

$$a_{max} = \alpha(T_0) \cdot a_c \cdot \beta \cdot 0,7 = 0,574 \cdot g$$

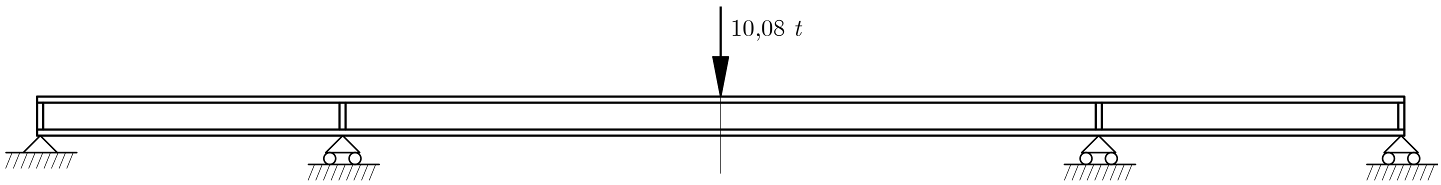
Y el desplazamiento máximo:

$$X_{max} = \frac{a_{max}}{\omega_0^2} = 9,35 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Y por fin, la fuerza estática equivalente de sismo vertical:

$$F_{vert} = X_{max} \cdot K_{eq} = 10,08\ \mathrm{t}$$

Carga que habrá que poner en un hipótesis de sismo estático vertical, Sv, que crearemos para aplicar el sismo vertical.



Creamos una hipótesis simple de sismo, para aplicar de manera estática la carga. En este caso, la carga no provoca un incremento de sección, de hecho el coeficiente de aprovechamiento continúa siendo el mismo, en el listado de comprobaciones E.L.U. se puede verificar que la combinación que determina el dimensionado es:

1,35 x CP + 1,5 x SC1 + 1,5 x SC2

cuyo coeficiente de aprovechamiento es:

$$\eta = 79,39\ \%$$

La combinación sísmica más desfavorable se obtiene de la siguiente ecuación (CTE - DB - SE):

$$\sum_{j\geq 1} G_{k,j} + S_v + \sum_{i\geq 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Que para zonas de acceso público, (según tabla 4.2 del CTE - DB - SE):

$$\Psi_2 = 0,6$$

Por tanto la combinación sísmica más desfavorable es:

CP + Sv + 0,6 x SC1 + 0,6 x SC2

Para la que se obtiene un coeficiente de aprovechamiento de:

$$\eta = 61,14\ \%$$

Lo que verifica que en el este caso el sismo vertical no es determinante.